opublikowany w Postępach Fizyki 52, zeszyt 5 (2001), str. 238 – 247

Natura rachunku niepewności pomiaru a jego nowa kodyfikacja

Andrzej Zięba

Wydział Fizyki i Techniki Jądrowej AGH

The nature of the measurement uncertainty theory and its new codification

Abstract: The status of the measurement uncertainty theory in classical and quantum physics is presented. On that basis both traditional methods and new ISO document *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurements* are discussed.

---

1. Wstęp

Problem oceny niepewności pomiaru od lat budzi emocje w społeczności fizyków. Przełomowym wydarzeniem w tej materii stało się uzgodnienie dokumentu *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurements* [1], spopularyzowanej w środowisku fizyków polskich przez niedawny artykuł H. Szydłowskiego [2]. Dokument ten, opracowany przez ISO i przyjęty przez szereg międzynarodowych organizacji naukowo-technicznych uważać należy za Międzynarodową Normę Oceny Niepewności Pomiaru. W związku z powszechną akceptacją Normy w świecie powstają opracowania będące jej skrótem [2], [3], względnie adaptacją do określonych dziedzin [4], [5].

*Przewodnik** jest zbiorem zaleceń, jak niepewność pomiarową definiować, obliczać i zapisywać. Dokument ten skłania do przemyślenia na nowo natury zjawiska błędu i metod jego teoretycznego opisu. Ta pierwsza w dziejach międzynarodowa konwencja dot. rachunku niepewności pomiaru winna być zaakceptowana nie tylko jako narzucone odgórnie prawo, ale przede wszystkim za względu na zalety przyjętych rozwiązań i korzyści wynikające z ich szerokiego stosowania. Celem artykułu jest krytyczna dyskusja metodologii przyjętej w *Przewodniku* [1] i opracowaniach pochodnych [2 – 6] w odniesieniu do tradycyjnych metod rachunku niepewności pomiaru. Jeżeli niektóre stwierdzenia artykułu wywołają dyskusje i sprzeczne opinie, nie będzie w tym nic dziwnego. Teoria niepewności pomiaru nie jest nauką ścisłą.

2. Czym jest „teoria" niepewności pomiaru

Modele matematyczne stosowane są powszechnie w nauce współczesnej. Jesteśmy dumni, że fizyka jest nauką ścisłą, co znaczy, że model matematyczny (zwany też teorią) dokładnie opisuje rzeczywistość. *Dokładnie* w znaczeniu granicznym: wykonując coraz doskonalsze doświadczenia różnica między przewidywaniami teorii i wynikiem pomiaru staje się coraz mniejsza i proces ten nie ma naturalnego ograniczenia. Dobrym przykładem są malejące z upływem lat niepewności wyznaczenia stałych przyrody [7].

Ekonomia jest przykładem nauki której niepodobna uważać za ścisłą. Jednym z jej zadań jest opis zależności wskaźników ekonomicznych (np. kursu giełdowego) od czasu. W małym przedziale czasu instynktownie stosujemy ekstrapolację liniową, w dużym przedziale czasu szuka się okresowości koniunktury i depresji, ostatnio próbuje się stosować koncepcję samopodobieństwa [8]. Przykład ilustruje cechy nauki „nieścisłej": nie ma teorii dokładnie opisującej rzeczywistość, co umożliwia koegzystencję różnych, matematycznie nierównoważnych, modeli przybliżonych.

Wiele nieporozumień narosłych wokół rachunku niepewności pomiarowych można przedyskutować przyjmując pogląd, że teoria niepewności pomiaru w zjawiskach fizyki klasycznej nie jest nauką ścisłą i jako taka nie jest częścią fizyki.

Przedstawiona teza odnosi się do fizyki *klasycznej* dlatego, że jej prawa nie stawiają ograniczeń dla dokładności pomiaru wszystkich wielkości fizycznych. Rozbieżność między teorią i eksperymentem jest wynikiem tak niedoskonałości człowieka (jako osoby

* W tym tekście używamy polskiego tłumaczenia pierwszego wyrazu dokumentu [1] zamiennie ze słowem Międzynarodowa Norma.

dokonującej pomiaru), jak również niedoskonałości przyrządów pomiarowych i obiektów mierzonych.

W konsekwencji statystyczny – czy jakikolwiek inny – opis zjawiska błędu jest w fizyce klasycznej tylko przybliżeniem rzeczywistości. Przykładowo, przy pomiarze okresu wahadła sekundomierzem, nie jest spełnione niezbędne dla ścisłości opisu probabilistycznego założenie o równoważności kolejnych zdarzeń. Rozrzut wyników najpierw może się zmniejszać, wskutek nabierania wprawy, ale gdy pomiar trwa zbyt długo, może się zwiększyć wskutek wpływu znużenia. Głębsze zbadanie zjawiska nie jest zadaniem fizyków, lecz badaczy fizjologii człowieka.

Sytuacja wygląda inaczej w fizyce kwantowej. Fizyka klasyczna zakłada ciągłość wszystkich wielkości fizycznych, natomiast w fizyce kwantowej określone wielkości są nieciągłe czyli skwantowane[*]. Cechą fizyki kwantowej jest probabilistyczny charakter niektórych jej przewidywań. Teoria statystyczna nie jest w tym przypadku przybliżeniem, lecz ścisłym obrazem fizycznej rzeczywistości.

Jako przykład rozważmy rozpad promieniotwórczy zbioru N jąder. Nie wiemy, i nigdy nie będziemy wiedzieli, kiedy i które jądro ulegnie rozpadowi. Jednoznacznie określoną wielkością opisującą rozpad promieniotwórczy pozostaje średni czas życia τ. Mierzone w czasie Δt liczby rozpadów fluktuują wokół wartości średniej $N\Delta t/\tau$ zgodnie z rozkładem Poissona. Fluktuacje liczby zliczeń ograniczają dokładność pomiaru czasu życia τ tak samo, jak błąd przypadkowy w fizyce klasycznej. Ale tu teoria jednoznacznie określa rodzaj rozkładu! Identyczność cząstek gwarantuje, że niepewność pomiaru wynikającą ze statystycznej natury fizyki kwantowej opisują teorie fizyczne, ścisłe w sensie statystycznym.

Fluktuacje spotykamy we wszystkich działach fizyki kwantowej. Kwantyzacja ładunku prowadzi do szumu śrutowego w pomiarze natężenia prądu. Efektem ziarnistej struktury materii są fluktuacje termodynamiczne, w tym szum cieplny, ograniczający dokładność pomiaru słabych sygnałów. W każdym z tych przypadków zjawisko fluktuacji jest częścią fizycznego opisu zjawiska, niekiedy nietrywialną. Na przykład pomiar szumu w ułamkowym efekcie Halla uznano za najbardziej przekonywujący dowód ułamkowego ładunku występujących w tym zjawisku kwazicząstek [9].

Wróćmy do problemu matematycznego opisu niepewności w fizyce klasycznej, gdzie każdy opis teoretyczny jest przybliżeniem. W rozdziałach 3 i 4 przypomnimy charakterystyczne cechy dwu konkurencyjnych modeli, opartych na pojęciach niepewności maksymalnej i standardowej.

[*] Przy tej definicji początkiem fizyki kwantowej jest kinetyczna teoria gazów i klasyczna mechanika statystyczna, możliwe dzięki skwantowaniu mas cząsteczek.

3. Deterministyczna teoria niepewności maksymalnej

Koncepcja niepewności maksymalnej zakłada, że można określić przedział wielkości mierzonej *x*, w którym na pewno znajduje się wielkość rzeczywista. Przyjęto zapisywać ten przedział* jako $x \pm \Delta x$, gdzie Δx nazywamy niepewnością maksymalną. Teorię nazywamy deterministyczną dlatego, że nigdzie nie posługuje się pojęciem prawdopodobieństwa. Omówmy wybrane konsekwencje tego podejścia:

3.1. P*rawo przenoszenia niepewności.*

Jeżeli $y = f(x_1, x_2, ...)$ i niepewności maksymalne $\Delta x_1, \Delta x_2, ...$ są małe w porównaniu z wartościami zmiennych $x_1, x_2, ...$, to rachunek różniczkowy oraz definicja niepewności maksymalnej prowadzą do wzoru na niepewność maksymalną wielkości *y*

w postaci wzoru

$$\Delta y = \left| \frac{\partial y}{\partial x_1} \Delta x_1 \right| + \left| \frac{\partial y}{\partial x_2} \Delta x_2 \right| + ... \tag{1}$$

Formuła (1) jest znana jest w literaturze pod nazwą metody różniczki zupełnej. Nazwę ta jest myląca, gdyż wyrażenie (1) różniczką zupełną nie jest – jest natomiast sumą wartości bezwzględnych różniczek cząstkowych.

3.2. *Przedstawienie niepewności maksymalnych na wykresach*

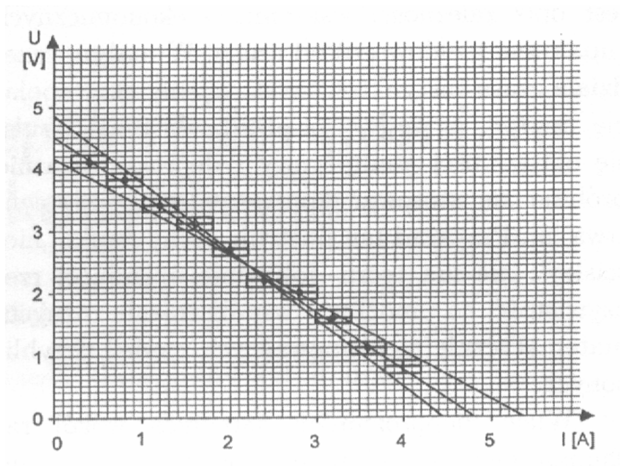
Jeżeli dokładność pomiaru współrzędnych x_i oraz y_i punktu eksperymentalnego charakteryzują niepewności maksymalne Δx oraz Δy, to prawdziwe położenie punktu znajduje się na pewno wewnątrz *prostokąta niepewności* o bokach $2\Delta x$, $2\Delta y$. Gdy jedna z niepewności jest pomijalnie mała, redukuje się on do *odcinka niepewności*.

3.3. *Dopasowanie prostej do zbioru punktów eksperymentalnych*

Koncepcja niepewności maksymalnej narzuca następujący sposób postępowania. Przez zbiór prostokątów błędu możemy przeprowadzić nieskończenie wiele prostych. Jeżeli interesuje nas wyznaczenie współczynnika nachylenia, prowadzimy dwie proste $y = ax + b$ o nachyleniu największym a_- i najmniejszym a_+ (rys. 1). Prawdziwa wartość *a* zawarta jest w przedziale (a_-, a_+), z którego określamy

$$a = \frac{a_- + a_+}{2}, \qquad \Delta a = \frac{a_+ - a_-}{2}. \tag{2}$$

* Tradycyjny symbol niepewności maksymalnej Δx [10] stosowany jest w całym tekście.



Rys. 1. Dopasowanie prostych o największym i najmniejszym nachyleniu do zbioru prostokątów błędu. (Z dokumentów Nowej Matury [13]).

Przedstawiony sposób dopasowania prostej nazywany bywa „metodą graficzną", w przeciwieństwie do „analitycznej" metody najmniejszych kwadratów. Nie w tym leży istota sprawy. Można napisać algorytm, pozwalający obliczyć parametry prostych o maksymalnym i minimalnym nachyleniu bez potrzeby wykonywania rysunku.

3.4. *Wnioskowanie o zgodności wyników pomiaru z innymi rezultatami*

Deterministyczna natura niepewności maksymalnej umożliwia jednoznaczne stwierdzenie zgodności lub niezgodności uzyskanego wyniku z wartością dokładną, względnie inną wartością zmierzoną ze znaną niepewnością maksymalną. W drugim przypadku zgodność zachodzi, gdy odpowiednie przedziały mają odcinek wspólny.

4. Klasyczny model statystyczny

Opis statystyczny zakłada, że kolejny wynik pomiaru x_i jest realizacją zmiennej losowej, opisanej funkcją rozkładu prawdopodobieństwa $\varphi(x)$. Niepewność standardowa $u(x)$* jest utożsamiana z estymatorem odchylenia standardowego funkcji $\varphi(x)$.

Klasyczny model statystyczny stoi na stanowisku, że błędy podlegają rozkładowi normalnemu (Gaussa). Założenie to jest nie tyle wynikiem badań eksperymentalnych, ile apriorycznego przekonania (teoria błędu Laplace'a), że błąd przypadkowy wynika z wielu losowych przyczynków, których suma, w myśl centralnego twierdzenia granicznego, posiada rozkład normalny. Założenie o gaussowskiej postaci rozkładu prawdopodobieństwa czyni model statystyczny jednoznacznym i wewnętrznie spójnym.

Omówmy teraz, te same co w rozdziale 3, konsekwencje przyjętego modelu:

* Od rozdziału 4 stosowana jest symbolika i terminologia proponowana w *Przewodniku*, *vide* pkt. 5c.

4.1. *Prawo przenoszenia niepewności*

Jeżeli wielkości bezpośrednio mierzone są nieskorelowane, niepewność standardową funkcji $y = f(x_1, x_2, ...)$ obliczamy jako sumę geometryczną różniczek cząstkowych,

$$u_c(y) = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial x_1} u(x_1)\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2} u(x_2)\right)^2 + ...} \tag{3}$$

4.2. *Przedstawienie niepewności standardowej na wykresie*

Jednowymiarowy odcinek niepewności uzyskuje znaczenie probabilistyczne: na odcinku $x_i \pm u(x)$ wartość rzeczywista znajduje się z prawdopodobieństwem 68%. Odpowiednikiem prostokątów niepewności są elipsy *niepewności*. Dla zmiennych nieskorelowanych wartość rzeczywista znajduje się z prawdopodobieństwem 67% wewnątrz elipsy o półosiach $u(x)$ i $u(y)$. Gdy zmienne są skorelowane, elipsa staje się nachylona [11].

Rysowanie elipsy niepewności nie jest praktykowane. (Obecnie mógłby je rysować program do obróbki danych). Pozostaje ważna praktycznie zasada: dopasowana krzywa w około 2/3 punktów winna przecinać się z odcinkami niepewności.

4.3. *Dopasowanie prostej*

Wartości parametrów prostej $y_{cal} = ax + b$ i ich niepewności wynikają z warunku

$$\sum (y - y_{cal})^2 = \min \tag{4}$$

Kryterium najmniejszych kwadratów (4) można zastosować do dowolnych funkcji, jego konsekwencją są wzory na opracowanie serii n równoważnych pomiarów (tab. 1).

4.4. *Wnioskowanie o zgodności wyników pomiaru z innymi rezultatami*

Wnioskowanie statystyczne polega na określeniu *przedziału ufności*, w którym wartość prawdziwa znajduje się z zadanym prawdopodobieństwem, zwanym *poziomem ufności*. Obliczenie przedziału ufności wymaga posłużenia się *funkcją t Studenta*.

5. Międzynarodowa Norma Oceny Niepewności Pomiaru

W rozdziałach 3 i 4 przedstawiliśmy dwie różne teorie niepewności pomiaru. Każda wewnętrznie spójna, umożliwiająca wyprowadzenie z przyjętych założeń łańcucha konsekwencji. Gdyby błąd był jednoznacznie określonym zjawiskiem fizycznym, wybór prawdziwej teorii można by rozstrzygnąć przez zrealizowanie wystarczająco dokładnego eksperymentu.

Ponieważ jednak obydwie teorie tylko w przybliżeniu opisują złożoną rzeczywistość, nasze postępowanie musi z konieczności być inne. Celowym staje się wybór – metodą poszukiwania konsensusu i/lub głosowania na forum mniej lub bardziej reprezentatywnego gremium – określonej teorii, terminologii i sposobów postępowania. Przede wszystkim dlatego, by łatwiej porównywać wyniki uzyskane w różnych eksperymentach. Z faktu, że teoria niepewności nie jest częścią fizyki wynika, że uzgodnienie metod szacowania niepewności może obejmować różne nauki doświadczalne.

Ponadto, ponieważ teoria niepewności nie jest nauką ścisłą, dopuszczalne jest stworzenie hybrydy różnych modeli teoretycznych. Międzynarodowa Norma czyni to, stosując podejście statystyczne do szacowania niepewności pomiaru bezpośredniego i prawa przenoszenia błędu. Określa jednak jak radzić sobie z informacją podaną w formie niepewności maksymalnej oraz wprowadza nie do końca statystyczne pojęcie niepewności rozszerzonej. Połączenie takie jest częściowo wewnętrznie niespójne*.

I tylko taka jest „filozofia" Międzynarodowej Normy. Krystalizowała się ona przez kilkanaście lat, jest dokumentem przemyślanym, i nie ma w niej oczywistych wad, raczej nieuniknione kompromisy. W poniższym omówieniu zagadnień szczegółowych skupiono się na przedyskutowaniu rzeczy nowych w stosunku do tradycyjnych metod i pojęć rachunku niepewności. Obok *Przewodnika* uwzględniono propozycje z opracowań pochodnych [2 – 5], wydanych w Europie i USA.

5.1. *Statystyczny model błędu pomiaru. Pojęcie niepewności pomiaru.*

Paradygmatem Międzynarodowej Normy jest statystyczny model zjawiska błędu pomiaru. Na tej podstawie następuje uściślenie nazewnictwa, w szczególności znaczenia kluczowych słów „błąd" i „niepewność". Słowo *błąd (pomiaru)* winien być używany w znaczeniu jakościowym albo oznacza różnicę:

$$\textit{błąd pomiaru} = \textit{wartość zmierzona} - \textit{wartość rzeczywista}. \tag{5}$$

Wartość wyrażoną wzorem (5) jest pojedynczą realizację zmiennej losowej i jako taka nie może być obliczona a priori, podobnie jak nie można przewidzieć rezultatu rzutu kostką. Zatem nie jest przedmiotem zainteresowania *rachunku niepewności pomiaru*.

Wiedzę, na ogół ułomną, posiadać możemy o rozkładzie prawdopodobieństwa zmiennej losowej x i charakteryzujących ten rozkład parametrach. Międzynarodowa Norma przyjmuje wyjściową definicję:

niepewność jest związanym z rezultatem pomiaru parametrem, charakteryzującym rozrzut wyników, który można w uzasadniony sposób przypisać wartości mierzonej. (6)

5.2. *Ocena niepewności typu A i B*

Międzynarodowa Norma nie neguje tradycyjnego rozróżnienia „błąd przypadkowy" oraz „błąd systematyczny". Za bardziej istotne uważa jednak rozróżnienie dwu sposobów określania niepewności standardowej: *typu A*, wynikającej z analizy statystycznej serii pomiarów, oraz *typu B*, wykorzystującej metody inne niż analiza statystyczna.

Ocena niepewności typu A może być stosowana oddzielnie tylko wtedy, gdy wiemy (przy pomocy oceny typu B!), że seria pomiarów nie ma znaczącej składowej systematycznej. Ocena typu B może być zastosowana w każdej sytuacji. Intencją twórców Normy jest jej dowartościowanie. Stwierdza się explicite, że „ocena niepewności typu B może być równie

* Patrz przykład omawiany w „uwagach końcowych" artykułu Szydłowskiego [2]

wiarygodna, jak ocena typu A, szczególnie wtedy, gdy ocena typu A jest oparta na stosunkowo małej liczbie (...) obserwacji”.

5.3. *Niepewność standardowa i jej symbole*

Ogólna definicja niepewności (6) jako pewnej miary rozrzutu zmiennej losowej sugeruje, że możliwe są różne jej rodzaje. Ale jedyną miarą niepewności akceptowaną przez *Przewodnik* jest *niepewność standardowa*, określona jako pierwiastek kwadratowy z estymatora wariancji. Zasadniczą zaletą odchylenia standardowego są wygodne własności matematyczne tego parametru statystycznego: możliwość estymowania tego przy użyciu zamkniętych wzorów bez współczynników numerycznych i twierdzenie o wariancji sumy zmiennych losowych, warunkujące funkcjonowanie prawa przenoszenia niepewności (3).

Ważną nowością jest symbol niepewności standardowej, u (od ang. *uncertainty*), który możemy używać na trzy sposoby:

$$u \qquad u(x) \qquad u(\text{stężenie NaCl})$$

Oznaczenie z użyciem nawiasów stosujemy, gdy trzeba określić, co jest wielkością mierzoną. Można się zżymać, że zastosowano symbol funkcji matematycznej w sytuacji, gdy niepewność jest liczbą. Zaletą zapisu jest, że informacja o wielkości mierzonej może być wyrażona słownie, np. u(stężenie NaCl), co ułatwia tworzenie dokumentacji pomiaru. Nowe nazewnictwo jest ukłonem w kierunku nauk innych niż fizyka, gdzie nie ma zwyczaju oznaczania wszystkiego przy użyciu jednoliterowych symboli.

Przewodnik nie wprowadził osobnego symbolu dla użytecznego pojęcia niepewności względnej. Zgodnym z logiką symbolem jest u_r (indeks r od ang. *relative*, $u_r(x) = u(x)/x$), zalecony do użytku w USA przez Narodowy Instytut Wzorców i Technologii (NIST – National Institute of Standards and Technology) [3].

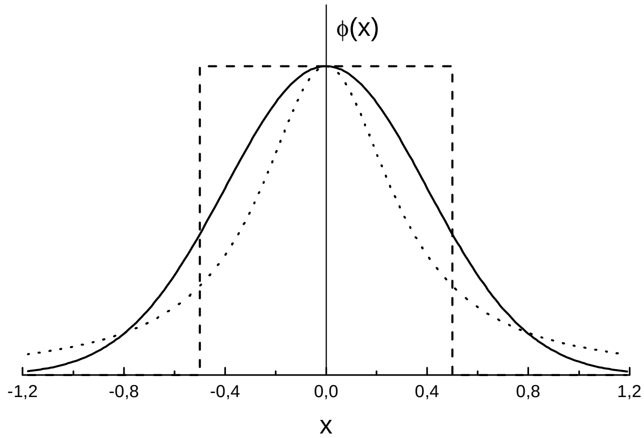
Dla niepewności standardowej obliczonej z prawa przenoszenia niepewności (3) *Przewodnik* wprowadza nazwę *niepewność złożona* i symbol u_c (indeks c od ang. *combined*). Dla złożonej niepewności względnej naukowcy z NIST proponują symbol $u_{c,r}$ [3].

5.4. *Czy potrzebne są inne miary niepewności?*

W przeciwieństwie do klasycznego modelu statystycznego, *Przewodnik* uznaje stosowalność różnych rozkładów prawdopodobieństwa do opisu zjawiska błędu. Jednymi z nielicznych rysunków w 101-stronicowym dokumencie, są wykresy $\varphi(x)$ dla rozkładów: normalnego, jednostajnego i trójkątnego.

Dla rozkładów jednostajnego i trójkątnego użyteczną miarą szerokości $\varphi(x)$ może być połowa przedziału zmiennej x, dla którego gęstość prawdopodobieństwa jest niezerowa. Oszacowanie tej wielkości to nic innego jak *niepewność maksymalna*. *Przewodnik* konsekwentnie nie używa tego słowa. Do opisu rozkładu jednostajnego i trójkątnego stosowane są terminy „dolna granica” a_-, „górna granica” a_+ i „półszerokość” $a = (a_+ - a_-)/2$. Takie nazewnictwo jest mylące m.in. dlatego, że termin „półszerokość” ma ugruntowane inne znaczenie: oznacza ½ szerokości krzywej mierzone w połowie wysokości maksimum (np. parametr Γ w funkcji Lorentza). Zaakceptowanie terminu „niepewność maksymalna” wydaje się pożyteczne: wielkość ta jest i będzie używana przez producentów przyrządów pomiarowych jako miara dokładności, ułatwia nawiązanie do modelu niepewności maksymalnej, nie ma wreszcie ogólnie zrozumiałego synonimu. Dlatego będzie stosowany w dalszej części tekstu.

Odchylenie standardowe istnieje dla szerokiej klasy rozkładów prawdopodobieństwa. Ale nie dla wszystkich! Przykładem funkcji rozkładu, dla której ta miara szerokości krzywej nie może być stosowana jest funkcja Lorentza $\varphi(x) = \Gamma^2 / [\Gamma^2 + (x - x_0)^2]$ (rys. 2), gdyż dla funkcji tej nie istnieje całka $\int x^2 \varphi(x)\,\mathrm{d}x$.



Rys. 2. Modelowe funkcje rozkładu prawdopodobieństwa: jednostajny (---) , Gaussa (—), i Lorentza (······). Krzywe $\varphi(x)$ o jednostkowej powierzchni znormalizowano do tej samej wartości maksymalnej.

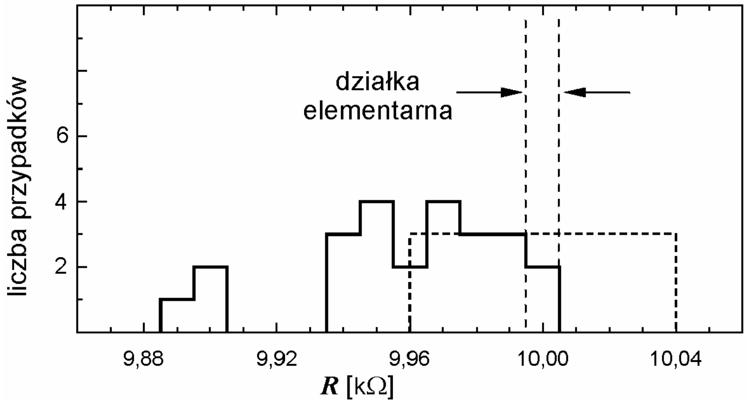
Funkcja Lorentza jest autentyczną funkcją rozkładu prawdopodobieństwa w wielu zjawiskach fizyki kwantowej. Opisuje statystyczny rozrzut energii kwantów w zjawisku naturalnego poszerzenia linii, obserwowany np. w dyfraktometrze rentgenowskim jako poszerzenie pików braggowskich o dużym kącie ugięcia, czy w kształcie widma efektu Mössbauera. W pomiarach fizyki kwantowej dysponujemy z reguły dużą liczbą zliczeń, co umożliwia dopasowanie funkcji Lorentza (z parametrami x_0 oraz Γ) i problemu braku wariancji się nie zauważa. Nasuwa się pytanie, czy krzywa Lorentza może być modelem tych sytuacji eksperymentalnych fizyce *klasycznej*, gdzie rozrzut wyników pomiaru charakteryzują długie ogony?

5.5. *Błąd systematyczny jako zjawisko losowe*

Przewodnik wyklucza z rachunku niepewności efekty systematyczne, wynikające z natury zjawiska i własności użytych przyrządów. Obowiązkiem eksperymentatora jest wprowadzenie poprawki, co de facto oznacza użycie lepszego modelu teoretycznego. Elementarnym przykładem jest poprawka na oporność wewnętrzną woltomierza przy pomiarze wysokich rezystancji.

Zatem prawdziwy błąd systematyczny wynika z nieidealności przyrządów pomiarowych i/lub mierzonych obiektów. *Przewodnik* uważa go za zjawisko losowe, gdyż nie znamy a priori jego wielkości i znaku, tak samo jak w przypadku błędu przypadkowego. Można mu przypisać rozkład prawdopodobieństwa – co jest zasadniczą nowością w porównaniu do deterministycznego modelu omawianego w rozdziale 3.

Cechą błędu systematycznego jest, że wykonując pomiar jednym przyrządem dysponujemy tylko jedną realizacją zmiennej losowej. Losową próbkę można jednak uzyskać, jeżeli pomiary wykonamy przy użyciu zbioru przyrządów tej samej dokładności – można w ten sposób uzyskać doświadczalny rozkład prawdopodobieństwa (rys. 3).



Rys. 3. Rozkład wyników pomiaru wzorcowego oporu 10 kΩ wykonanych przy pomocy 24 multimetrów cyfrowych tej samej kategorii (3 ½ cyfrowych), używanych w roku 1996 w pracowniach studenckich Wydziału Fizyki i Techniki Jądrowej AGH oraz Instytutu Fizyki UJ [12]. Linia przerywana przedstawia histogram teoretyczny dla rozkładu jednostajnego o szerokości zgodnej z nominalnym błędem maksymalnym Δx.

Najczęściej postać $\varphi(x)$ trzeba założyć a priori, korzystając z niepewności maksymalnej Δx określonej przez producenta przyrządu. Jeżeli nie mamy dodatkowych informacji Przewodnik zaleca przyjęcie rozkładu jednostajnego, dla którego

$$u(x) = \frac{\Delta x}{\sqrt{3}}. \tag{7}$$

Zamiana niepewności maksymalnej na standardową umożliwia włączenie niepewności maksymalnej do statystycznego prawa przenoszenia niepewności (3).

5.6. *Ocena niepewności w oparciu o wartość działki elementarnej*

Działką elementarną nazywamy zakres wielkości mierzonej odpowiadający odległości między kolejnymi kreskami podziałki analogowej. Pojęcie to można w oczywisty sposób uogólnić na przypadek odczytu cyfrowego.

Należy podkreślić, że *Przewodnik* pojęcia działki elementarnej w ogóle nie wprowadza. W praktyce dydaktycznej pojęcia tego ignorować nie można – choćby dla sprostowania popularnego w społeczeństwie utożsamienia działki elementarnej z dokładnością pomiaru. W najprostszym przedstawieniu zagadnienia celowe jest wyróżnienie przypadku prostych przyrządów mechanicznych i elektronicznych przyrządów cyfrowych.

Dla przyrządów takich jak przymiar milimetrowy, śruba mikrometryczna, czy termometr utożsamienie najmniejszej działki z niepewnością standardową należy uznać za rozsądne pierwsze przybliżenie, równie dobre, jak tradycyjne utożsamianie działki elementarnej z niepewnością maksymalną [10]. Ocena ta może być skorygowana w górę lub w dół zgodnie z posiadaną wiedzą i doświadczeniem. Na przykład, jeżeli mierzymy linijką średnicę monety jednogroszowej i odczytujemy „na oko” dziesiąte części milimetra, to niepewność standardowa może zmniejszyć się nawet do 0,2 mm. Z drugiej strony, przy pomiarze rozmiarów pokoju taśmą mierniczą, niepewność jest na ogół większa niż 1 mm, choć skalę z podziałką milimetrową mamy na całej pięciometrowej taśmie.

W przyrządach z odczytem cyfrowym niepewność pomiaru podawana jest przez producenta w instrukcji obsługi. Najczęściej jako określony ułamek wielkości mierzonej plus ułamek zakresu,

$$\Delta x = C_1 \cdot x + C_2 \cdot zakres \,. \tag{8}$$

Niepewność maksymalna jest zatem *większa* od działki elementarnej. Na przykład dla omomierzy z rys. 3: $C_1 = 0{,}2\%$, $C_2 = 0{,}1\%$, przy pomiarze 10 kΩ na zakresie 20 kΩ otrzymujemy Δx = 0,04 kΩ, co jest równowartością 4 działek.

Zależność (8) jest niestety bardziej złożona, niż wzór wynikający z tzw. klasy przyrządu. O klasie przyrządu trzeba jednak przestać uczyć, bo dokładne analogowe mierniki elektryczne to „czas przeszły dokonany”. Mierniki analogowe pozostają przydatne tam, gdzie celem ważniejszym od dokładności jest wizualizacja mierzonej wielkości (np. przyrządy na desce rozdzielczej samochodu).

5.7. *Niepewność rozszerzona*

Do wnioskowania o zgodności wyniku pomiaru z innymi rezultatami Międzynarodowa Norma wprowadza się pojęcia niepewności rozszerzonej U i współczynnika rozszerzenia k. Wartość U oblicza się podobnie jak przedziału ufności w metodach statystycznych, mnożąc oszacowane odchylenie standardowe przez bezwymiarowy współczynnik rozszerzenia. Ale liczba k niekoniecznie jest wartością zmiennej t Studenta. Jest to umownie przyjęta liczba, wybrana tak, by w przedziale $\pm U(y)$ znalazła się *większość* wyników pomiaru potrzebna do danych zastosowań. Na przykład, na I Pracowni do wnioskowania o zgodności z wartością tabelaryczną.

Wprowadzenie niepewności rozszerzonej można uważać za świadomą rezygnację z nadmiernego wyrafinowania na rzecz rozwiązania łatwiejszego do zastosowania w praktyce. Współczynnik rozszerzenia jest liczbą, w przeciwieństwie do funkcji t Studenta, będącej nie dająca się wyrazić zamkniętym wzorem funkcją dwu zmiennych: poziomu ufności i *liczby stopni swobody*.

Autor uważa jednak, że istnieją głębsze powody zastąpienia pojęcia przedziału ufności przez bliskoznaczne, ale nie tożsame pojęcie niepewności rozszerzonej. Jednym z zadań nauk stosowanych (nauki techniczne, medycyna), w odróżnieniu od nauk podstawowych (fizyka, biologia), jest wypracowanie metod podejmowania decyzji o takich czy innych sprawach. Na przykład, czy poziom danego związku we krwi pacjenta wymaga podjęcia określonej kuracji. Uchylenie się od podjęcia działania nie wchodzi w grę, bo też jest decyzją! Kwazideterministyczny charakter niepewności rozszerzonej ułatwia podjęcie jednoznacznej decyzji. Na przykład obciążenie firmy karą za zanieczyszczenie środowiska następuje, jeżeli zmierzone stężenie szkodliwego związku *minus* niepewność rozszerzona przekracza ustaloną przepisami wartość dopuszczalną.

„Filozofia" współczynnika rozszerzenia jest też podobna do powszechnie stosowanego w naukach stosowanych współczynnika bezpieczeństwa. Jeżeli chcemy ustalić dopuszczalne obciążenie dla liny dźwigu, mierzymy najpierw obciążenie, przy którym zostaje ona zerwana, a następnie tak wyznaczone obciążenie dzielimy przez współczynnik bezpieczeństwa rzędu $5 \div 15$. Podobnie jest z niepewnością: ustalamy najpierw jaka jest średnio różnica wartości zmierzonej i rzeczywistej (niepewność standardowa) a następnie, dzięki współczynnikowi rozszerzenia, znajdujemy przedział $(y \pm U(y))$ w którym z potrzebnym do zastosowań stopniem pewności mieści się wartość rzeczywista. Wartość współczynnika rozszerzenia jest wielkością i tak bardziej wiarygodnie określoną niż stosowane w różnych dziedzinach techniki współczynniki bezpieczeństwa, czy jeszcze bardziej arbitralne normy zanieczyszczeń środowiska.

5.8. *Wartość współczynnika rozszerzenia*

W *Przewodniku* stwierdza się, że wartość k wynosi najczęściej $2 \div 3$. Innymi słowy, pozostawiono otwartym pytanie, czy w większości zastosowań lepsze będzie dawne kryterium 2σ czy może 3σ. Analiza dokumentów [4] i [5] wskazuje, że wyłania się konsensus, by za konwencjonalną wartość współczynnika rozszerzenia przyjąć $k = 2$. Warto zacytować oficjalne stanowisko NIST [5]: „W zgodzie z międzynarodową praktyką do obliczenia U przyjmuje się w NIST umowną wartość $k = 2$. Wartości k inne niż 2 mogą być stosowane tylko w przypadku szczególnych zastosowań i winny być dyktowane przez ustalone i udokumentowane wymagania". Do tych szczególnych przypadków dokument zalicza pomiar, którego niepewność złożona jest zdominowana przez pojedynczy przyczynek o małej liczbie stopni swobody (małej liczbie pomiarów). W takim przypadku zaleca się przyjąć k równą wartości funkcji t Studenta z poziomem ufności 95%.

5.9. *Zapis niepewności*

Przewodnik przyjmuje zasadę raportowania niepewności z dokładnością do *dwu cyfr*. Wadą zasady zapisu dwu cyfr jest, że druga cyfra jest często nieznacząca (jeżeli pierwszą jest 9, 8, 7, 6, 5, ..). Przyjęta zasada ma jednak zalety, które eksperci uznali za ważniejsze. Przy jej stosowaniu maksymalna niepewność spowodowana zaokrąglaniem jest nie większa niż 5% (gdy zapisywanymi cyframi są 10), podczas gdy samą niepewność znamy z dokładnością nie lepszą niż rzędu 20%. Zatem w żadnym przypadku nie będzie straty informacji o niepewności pomiaru. Zaletą dydaktyczną zalecenia jest jego jednoznaczność.

Spośród dwu sposobów skrótowego zapisu wartości mierzonej i niepewności, utrwala się zasada, by zapis z użyciem symbolu ± stosować do niepewności rozszerzonej i innych przedziałów o wysokim poziomie ufności, natomiast zapis z użyciem nawiasów – dla niepewności standardowej (vide tab. 1).

6. Znaczenie Międzynarodowej Normy

Przejawem powszechnej w świecie akceptacji Normy są zarówno oficjalne tłumaczenia *Przewodnika* na różne języki, jak również adaptacje do różnych gałęzi nauki i technologii [6]. Przykładem takiego dokumentu może być *Quantyfying Uncertainty in Analytical Measurement* [4], 120-stronicowa instrukcja nt. oceny niepewności w analizie chemicznej. Dla obracający miliardami dolarów rynku laboratoriów analitycznych (przemysł, medycyna, ochrony środowiska) nowe uregulowania mają wielkie znaczenie, niepewność jest miarą jakości – a zatem ceny – sprzedawanych przez nie usług. Praca *Guidelines for Evaluating and Expressing the Uncertainty of NIST Measurement Results* [5] powstała jako wewnętrzny dokument NIST, niemniej została rozpowszechniona w nakładzie 40 tys. egzemplarzy. Tenże najważniejszy w świecie instytut metrologiczny udostępnił w sieci poradnik *The NIST reference on Constants, Units, and Uncertainty* [3], którego sam tytuł uprzytamnia, że znajomość zasad oceny niepewności jest równie ważna jak układu jednostek SI i stałych przyrody.

Trzeba zdawać sobie sprawę, że z zasady akty normalizacyjne mają wielkie znaczenie dla przemysłu i nauk stosowanych, natomiast ograniczone – w badaniach podstawowych. W fizyce jądrowej i cząstek elementarnych, oraz wszędzie tam, gdzie dominuje efekt fizycznych fluktuacji, obowiązywać musi konsystentny formalizm statystyczny. Z drugiej strony, w wielu eksperymentach naukowych nieokreśloność badanych obiektów czyni rachunek niepewności bezprzedmiotowym. Zasada wolności badań naukowych powoduje, że aktywni naukowo fizycy nieskłonni są do podporządkowania się takich czy innych normom[*].

Fizycy zatrudnieni w uczelniach zajmuje się ponadto nauczaniem rachunku niepewności jako elementu opracowania ćwiczeń laboratoryjnych. Przegląd literatury polskojęzycznej wskazuje na rozbieżność metod i terminologii, zaś zakres materiału mierzony liczbą pojęć i wzorów ciągle się poszerza. I w tej gałęzi dydaktyki fizyki zachodzi to, co Zofia Gołąb-Meyer nazywa „zadławieniem nadmiarem materiału” [14]. Dominująca rola rachunku niepewności w treści sprawozdań powoduje niedobór czasu i chęci do analizy innych aspektów wykonywanych doświadczeń.

Pojawienie się Międzynarodowej Normy może się przyczynić do poprawy przedstawionego wyżej stanu. Po pierwsze, *Przewodnik* wprowadza jednolity system pojęć i sposobów postępowania, który w wersji minimalnej (Tabela 1) może być przyswojony przez studenta łatwiej, niż większość istniejących opisów rachunku niepewności. Zalecany sposób obliczania niepewności złożonej, razem z metodą „konwersji” niepewności maksymalnej na standardową, winien zakończyć przewlekłe spory (wśród nauczającej kadry) między zwolennikami „metody różniczki zupełnej” i „statystycznego prawa przenoszenia niepewności”.

Drugą zaletą Normy jest nowa motywacja nauki rachunku niepewności przez studentów, szczególnie ważna dla wydziałów niefizycznych. Rachunek niepewności może przestać być postrzeganym jako uciążliwość, wprowadzona przez fizyków dla celów dydaktyki ćwiczeń laboratoryjnych. Jako przyjęty w świecie sposób analizy niepewności, jednolity dla różnych działów nauki i techniki, będzie uznany za umiejętność profesjonalną potrzebną wszystkim wykonującym pomiary.

[*] Akty prawne wprowadzające obowiązek stosowania układu SI w Polsce explicite stanowią, że w badaniach naukowych mogą być stosowane dowolne jednostki miar. (Dz. U. Nr 55, poz. 248, dostępny na stronie www.gum.gov.pl/gum/index_pl.html)

Tabela 1. Wybór najważniejszych elementów Międzynarodowej Normy Oceny Niepewności Pomiaru

Wielkość	**Symbol i sposób obliczania**
Niepewność standardowa: Ocena typu A	Statystyczna analiza serii pomiarów, w tym: $u(x)$ dla serii n równoważnych pomiarów: $u^2(x) = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}$, gdzie $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$, $u(a)$, $u(b)$ parametrów prostej regresji, itp.
Niepewność standardowa: Ocena typu B	Naukowy osąd eksperymentatora, $u(x) = \frac{\Delta x}{\sqrt{3}}$ (gdy znana jest niepewność maksymalna Δx)
Niepewność złożona	$u_c(y) = \sqrt{\sum\left(\frac{\partial y}{\partial x_k} u(x_k)\right)^2}$ (dla nieskorelowanych x_k)
Współczynnik rozszerzenia	$k \geq 2$
Niepewność rozszerzona	$U(y) = k\, u_c(y)$
Zalecany zapis niepewności (przykład)	standardowa: g = 9,781 m/s^2, $u(g)$ = 0,076 m/s^2; g = 9,781(76) m/s^2 rozszerzona: g = 9,78 m/s^2, $U(g)$ = 0,15 m/s^2; g = (9,78 ± 0,15) m/s^2 (zasada podawania 2 cyfr znaczących niepewności)

Podziękowania

Jestem wdzięczny A. Lewickiemu (Uniwersytet Purdue), K. Różańskiemu (WFiTJ AGH) oraz B. N. Taylorowi (NIST) za informacje o dokumentach związanych z Normą i dyskusję treści artykułu.

Referencje

1. *Guide to Expression of Uncertainty in Measurement*, OSO 1995, Switzerland. Tłumaczenie: *Wyrażanie niepewności pomiaru. Przewodnik*, Główny Urząd Miar, Warszawa 1999.

2. H. Szydłowski, *Postępy Fizyki* **51**, 92 (2000)

3. *The NIST Reference on Constants, Units, and Uncertainty*, http://physics.nist.gov/cuu

4. *Quantyfying Uncertainty in Analytical Measurement* , EURACHEM/CITAC Guide, Second Edition, London (2000).

5. B. N. Taylor, C. E. Kuyatt, *Guidelines for Evaluating and Expressing the Uncertainty of NIST Measurement Results*, NIST Technical Note 1297 (1994)

6. Zwięzłą informację nt. współczesnej recepcji Normy zawiera rozdział *Internatonal and U.S. perspectives* w [3]

7. P. J. Mohr, B. N. Taylor, Physic Today, p. BG6, August 2000.

8. Yi-Cheng Zhang, *Europhysics News*, p.51, March/April 1998.

9. L. Saminadayar *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 2526 (1997).

10. H. Szydłowski, *Pracownia Fizyczna*, PWN, Warszawa 1999.

11. S. Brandt, *Analiza danych*, PWN, Warszawa 1998.

12. *Pracownia Fizyczna Wydziału Fizyki i Techniki Jądrowej*, red. A. Zięba. Skrypt nr. 1529, Wydawnictwa AGH, Kraków1998.

13. Informator syllabus. Matura z fizyki z astronomią 2002. Materiały Centralnej Komisji Egzaminacyjnej (PTH „Technika", Gliwice 2000).

14. Z. Gołąb-Meyer, *Postępy Fizyki* **51**, 85 (2000).